BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika adalah salah satu ilmu pasti yang memiliki banyak persoalan matematis. Salah satu persoalan matematis itu adalah model matematika dalam bentuk persamaan nonlinear. Biasanya persamaan nonlinear diberikan dalam bentuk :

$$f(x) = 0. \tag{1.1}$$

Pada umumnya hampir seluruh persamaan nonlinear tidak dapat diselesaikan secara analitik, oleh karenanya untuk menyelesaikan Persamaan (1.1) dapat menggunakan perhitungan komputasi yang bersifat mengulang sebagai pendekatan hasil numerik yang biasa disebut metode iterasi. Adapun metode yang sangat populer dan paling sering digunakan untuk menyelesaikan Persamaan (1.1) adalah metode Newton, yang memiliki orde konvergensi kuadratik dan indeks efisiensi sebesar $2^{\frac{1}{2}} \approx 1.4142$. Secara umum metode Newton memiliki bentuk persamaan sebagai berikut :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad n = 0,1,2,3,... \tag{1.2}$$

dengan $f'(x_n) \neq 0$.

Banyak peneliti telah mengembangkan metode Newton menjadi metode iterasi dua langkah untuk menghasilkan orde konvergensi yang lebih tinggi. Sehingga jumlah iterasi dapat di kurangi.

Weerakon dan Fernando (2000) dan Hasanov, dkk (2011), mengembangkan metode Newton untuk mendapatkan varian dari metode Newton dengan mengaproksimasi integral dari Newton sehingga mendapatkan orde konvergensi kubik yang masing – masing diberikan dalam bentuk :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{2f(x_n)}{f'(x_n) + f'(y_n)}, \tag{1.3}$$

dan

$$x_{n+1} = x_n - \frac{6f(x_n)}{f'(y_n) + 4f'\left(\frac{y_n + x_n}{2}\right) + f'(x_n)}, \tag{1.4}$$

Selanjutnya metode Newton dapat juga dihasilkan dari pemotongan deret Taylor orde 2 dengan melibatkan bentuk Newton yang menghasilkan metode iterasi dengan orde konvergensi 3. Metode iterasi yang dikonstruksi dengan cara seperti ini menghasilkan masing-masing bentuk metode iterasi, yaitu :

metode Chebyshev (Arygyros (1993)) :

$$x_{n+1} = x_n - \left(\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}\right)\left(1 + \frac{f''(x_n)f(x_n)}{2f'(x_n)^2}\right) n = 0,1,2,\dots, \tag{1.5}$$

metode Halley (Candela dan Marquina (1990)) :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}\left[\frac{2f'^2(x_n)}{2f'^2(x_n)\quad f''(x_n)f(x_n)}\right], \tag{1.6}$$

Kemudian beberapa diantara peneliti lainnya menggunakan metode newton untuk dimodifikasi dan menghasilkan metode baru yang memanfaatkan $\frac{f(y_n)}{f'(x_n)}$ sebagai pengali sebuah metode , sebagai berikut :

metode King (King (1973)), di hasilkan dari metode doubel Newton dan mengaproksimasi turunan fungsi y_n dan menambhkan 2 parameter dengan orde konvergensi empat, dalam bentuk :

$$x_{n+1} = y_n - \frac{f(x_n) + (\beta + 2)f(y_n)}{f(x_n) + \beta f(y_n)} \frac{f(y_n)}{f'(x_n)}, \tag{1.7}$$

dengan megambil fungsi y_n adalah metode Newton.

Metode Chun (Chun, (2007)), merupakan metode yang dihasilkan dengan cara mengaproksimasi turunan pertama pada fungsi y_n dengan orde konvergensi empat, dengan bentuk :

$$x_{n+1} = y_n - \frac{f^2(x_n)}{f^2(x_n) - 2f(x_n)f(y_n) + 2\beta f^2(y_n)} \frac{f(y_n)}{f'(x_n)}, \tag{1.8}$$

Metode Chun (Chun, (2006)), merupakan metode yang dihasilkan dengan cara mengkontruksi sebuah fungsi dari Newton-like dengan orde konvergensi tiga, dengan bentuk :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} - \frac{f(x_n)}{f(x_n) - f(y_n)} \frac{f(y_n)}{f'(x_n)} \tag{1.9}$$

Metode Ostrowski (Ostrowski, (1973)), dengan orde konvergensi empat, dengan bentuk :

$$x_{n+1} = y_n - \frac{f(x_n)}{f(x_n) - 2f(y_n)} \frac{f(y_n)}{f'(x_n)}, \tag{1.10}$$

Metode Traub-Ostrowski (Traub, (1964)), dengan orde konvergensi empat, dalam bentuk :

$$x_{n+1} = y_n - \frac{f^2(x_n)}{f^2(x_n) - 2f(x_n)f(y_n)} \frac{f(y_n)}{f'(x_n)}, \tag{1.11}$$

Metode Noor (Noor, (2013)), merupakan metode yang di hasilkan dengan menggunakan persamaan homotopi pertubasi dengan orde konvergensi empat, dengan bentuk :

$$x_{n+1} = y_n - \frac{2f(y_n)}{f'(x_n)} + \frac{f'(y_n)}{f'(x_n)} \frac{f(y_n)}{f'(x_n)} \tag{1.12}$$

Metode iterasi (Soleymani, (2010), merupakan metode yang di hasilkan dengan mengaproksimasi turunan pertama dari fungsi y_n menggunakan parameter sembarang dengan orde konvergensi empat, jika dipilih nilai $a = g = 1$, $b = h = c = 2$, dan $d = e = 0$ dalam bentuk :

$$x_{n+1} = y_n - \frac{a\left(f(x_n)\right)^b + cf(x_n)f(y_n) + d\left(f(y_n)\right)^e}{g\left(f(x_n)\right)^h}\frac{f(y_n)}{f'(x_n)}. \tag{1.13}$$

Metode King's Family (Behzad, (2011)), merupakan metode yang dihasilkan dengan cara menggeneralisasi dari bentuk metode king, dengan menggunakan enam parameter dan memiliki orde konvergensi empat, jika dipilih nilai $A = D = 1$, $C = F = 0$, dan $B = E + 2$, diberikan dalam bentuk :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} - \frac{Af(x_n)^2 + Bf(x_n)f(y_n) + Cf(y_n)^2}{Df(x_n)^2 + Ef(x_n)f(y_n) + Ff(y_n)^2}\frac{f(y_n)}{f'(x_n)} \tag{1.14}$$

Salah satu cara untuk memperumum bentuk metode tersebut diatas adalah Generalisasi. Selain mampu meningkatkan orde konvergensi tanpa mengubah evaluasi fungsi, generalisasi juga pastinya menghasilkan metode baru dengan bentuk umumnya. Adapun generalisasi dilakukan dengan mengganti atau menambahkan koefisien pembilang dan penyebut serta mensyaratkan jumlah koefisien-koefisien pada penyebut sama dengan atau tidak sama dengan koefisien pada pembilang (Jayakumar, (2013)). Berdasarkan latar belakang diatas maka peneliti mengambil judul "**Generalisasi Metode Iterasi Dua Langkah untuk Solusi Persamaan Nonlinear".**

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam tugas akhir ini adalah mencari bagaimana memperumum bentuk metode iterasi dua langkah, serta orde konvergensi berikut dengan indeks efisiensinya dalam menyelesaikan persamaan nonlinier.

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah pada tugas akhir ini hanya pada persamaan nonlinier dengan satu variabel (variabel tunggal) dan fungsinya bernilai riil.

1.4 Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Mendapatkan bentuk umum metode iterasi dua langkah dengan menambahkan parameter
2. Mendapatkan orde konvergensi dari metode yang didapatkan serta beberapa simulasi numerik dari persamaan tersebut.

1.5 Manfaat

Manfaat dari penelitian ini adalah :

1. Dapat memberikan kontribusi di dunia ilmu pengetahuan khususnya dalam bidang numerik.
2. Metode baru yang telah diperoleh dapat digunakan untuk mencari akar-akar persamaan nonlinier dengan tingkat konvergensi yang lebih cepat dan indeks efisiensinya yang lebih besar.
3. Sebagai acuan untuk mengembangkan Metode lain guna menyelesaikan persamaan nonlinear.
4. Menambah daftar metode-metode baru yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan nonlinear.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan tugas akhir ini mencakup lima bab yang terdiri dari BAB I tentang pendahuluan yang menguraikan latar belakang pemilihan judul, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan dan manfaat penelitian serta sistematika penulisan tugas akhir. Selanjutnya, BAB II tentang landasan teori pada bab ini berisikan tentang hal-hal yang dijadikan sebagai teori dasar yang digunakan dalam penelitian. Selanjutnya, BAB III tentang metodologi penelitian, pada bab ini berisi tentang metodologi penelitian yang digunakan dalam tugas akhir ini. Selanjutnya, BAB IV tentang pembahasan, pada bab ini berisi tentang bagaimana bentuk rumusan baru dari generalisasi metode iterasi dua langkah dengan menggunakan parameter. Selanjutnya, terakhir BAB V tentang penutup, pada bab ini berisi tentang kesimpulan dan saran.